

„Odkrywanie matematyki i zadziwienie jej pięknem”

MCDN ODN Kraków 6 XI 2019

Jeśli nauczycielskie pasje mają być inspiracją dla ucznia, to najpierw nauczyciel musi posiadać te pasje. Skąd je brać? W przypadku matematyki jest to bardzo proste. Wystarczy w swoim życiu napotkać na nauczyciela, dla którego matematyka była pasją!

Można też inaczej – trafić na wyjątkowo ciekawe i nie znane nam publikacje matematyczne. Ale pasja nie wystarcza. Musimy umieć sami się zadziwiać matematyką i nauczyć zadziwiać nią swoich uczniów. Najlepszym źródłem inspiracji jest metoda odkrywczego nauczanie matematyki. Jeżeli sami nie potrafimy nic odkryć, próbujemy udawać, że to nasi uczniowie odkrywają coś nowego, im nieznanego. Takie odkrycia dowartościowują uczniów i dają im wiarę w siebie. Reagujemy na każde pytanie uczniów, bo w nich jest źródło odkrycia. Nasz wiedza nie pozwala nam spojrzeć inaczej na znany nam problem. Popęlniamy wówczas błędy epistemologiczne, gdy tymczasem uczniowie mogą jakiś problem widzieć zupełnie w inny sposób. Odkrywanie matematyki ułatwia zastosowanie programów dynamicznych, typu GeoGebra, Cabri czy SketchUp. Dynamika tych programów pozwala nam dostrzec to, czego nie zobaczymy na statycznym obrazie, np. niezmiennicze własności ruchomych obiektów, szczególnie w geometrii.

Tak realizowana matematyka, nieco zgeometryzowana pozwala nam uczyć z powodzeniem i odkrywać fakty z algebry, analizy czy statystyki. Myślę, że wśród licznych przykładów które tu przedstawię, znajdziecie Państwo coś, co Was zainspiruje do nauczania z pasją.

Pamiętajmy o zadawaniu ciekawych pytań uczniom, cierpliwie odpowiadajmy na ich pytania, zadziwiamy ich czymś zaskakującym, nie krytykujemy ucznia za błędy, gdyż często są to „błogosławione” błędy. Ukazujemy miejsca gdzie to, co uczymy ma zastosowanie, rozwiązujemy jedno zadanie kilkoma sposobami a nie kilka zadań jednym sposobem. Poszukujemy heurystyk razem z naszymi uczniami.

PRZYKŁAD 1

Czy to przypadek, że $\frac{1}{6 \cdot 7} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7}$?

PRZYKŁAD 2

Temat okręgu wpisanego i opisanego realizowany jest zazwyczaj na dwóch osobnych lekcjach. Ale jeśli przez przypadek uda się nam zrobić to z komputerem na jednej lekcji to możemy się zdziwić małym odkryciem.

Wykreślmy symetralne trójkąta. Znajdźmy środek okręgu opisanego na nim i wykreślmy go. Następnie skonstruujmy dwusieczne kątów tego samego trójkąta. Gdzie przecinają się symetralne z dwusiecznymi? Spróbujmy udowodnić odkrytą hipotezę.

PRZYKŁAD 3

Uczennica która twierdzi, że zna konstrukcje stycznej do okręgu rozpoczyna tę konstrukcję niepoprawnie. Nie przerywamy jej, tylko wykorzystując jej błąd (błogosławiony błąd) odkrywamy nową konstrukcję stycznej. Ale w tym wszystkim jest ważna rola nauczyciela – on nie gani błędu uczennicy, tylko kontynuuje konstrukcję naprowadzając uczniów. Tu liczy się spostrzegawczość nauczyciela, który w porę dostrzegł tę konstrukcję. Ale nie dostrzegł by jej nigdy gdyby nie błąd uczennicy.

PRZYKŁAD 4

Czy na matematyce można się wzbogacić? Pomyślmy sobie dowolną liczbę. Utworzymy na jej bazie ciąg kolejnych liczb według pewnej reguły. Jeśli jest parzysta to dzielimy ją przez 2 otrzymując kolejną liczbę, a jeśli nieparzysta, to mnożymy ją przez 3 i dodajemy liczbę 1. Odkryjemy ważną własność tego ciągu. Nagrodą za udowodnienie tej własności jest kwota 1'000'000\$.

PRZYKŁAD 5

Wiemy, że jedna z 11 siatek sześciianu jest zwykłym krzyżem. Czy może to być siatka również innego wielościanu?

PRZYKŁAD 6

Spróbuj zaskoczyć pytaniem: Czy można wyznaczyć miejsca zerowe trójmianu kwadratowego za pomocą cyrkla i linijki?

PRZYKŁAD 7

Od prostej układanki do ciekawych odkryć.

Należy złożyć z dwóch części czworościan foremny. Następnie skleamy je ze sobą i kreślimy na jego ścianach odcinki równoległe do boków kwadratowego przekroju tego czworościanu foremnego. Są one bokami prostokątów – przekrojów równoległych do przekroju kwadratowego. Który z przekrojów ma największy obwód?

PRZYKŁAD 8

Ucznia można też zainteresować matematyka poprzez łatwe, krótkie zadania, na których uczeń popełnia błąd. Np. do ścian ostrosłupa czworokątnego o krawędziach tej samej długości przyklejono czworościan foremny. Ile ścian ma tak uzyskany wielościan?

PRZYKŁAD 9

Kopernik w swojej pracy wykazał się wielką znajomością matematyki. Zajmując się ruchami planet wymyślił problem: jaka krzywa zakreśli punkt okręgu toczącego się wewnątrz drugiego okręgu o średnicy dwukrotnie większej?

PRZYKŁAD 10

Ile jest równa nieskończona suma ułamków: $\frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \dots$ bez obliczania i stosowania znanych wzorów.

PRZYKŁAD 11

W ilu miejscach wykres funkcji wykładniczej i logarytmicznej o tej samej podstawie przecinają się ze sobą?

PRZYKŁAD 12

Potrafimy wpisać kwadrat w koło. A czy potrafimy wpisać sześciian w kulę?

Więcej informacji na stronie www.math-comp-educ.pl

Opracował Bronisław Pabich (pabich@interklasa.pl)